

Σενάριο

Η Έννοια της Παραγώγου (Στιγμιαία ταχύτητα-Εφαπτομένη καμπύλης-Παράγωγο συνάρτησης σε αριθμό-Παραγωγισιμότητα και Συνέχεια)

Εκπαιδευτικός: Στέφανος Μακαριάδης ΠΕ 03

Γνωστική περιοχή:

Μαθηματικά Γ' Λυκείου – Β' Μέρος (Ανάλυση) § 2.1

Θέμα:

Το προτεινόμενο σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Γ' Λυκείου και αναφέρεται στο Β' Μέρος (Ανάλυση) και στην παράγραφο 2.1

«Η Έννοια της Παραγώγου».

Οι μαθητές εμπλέκονται με δραστηριότητες που αφορούν την Στιγμιαία ταχύτητα, την Εφαπτομένη καμπύλης, την Παράγωγο συνάρτησης σε αριθμό, το θεώρημα Παραγωγισιμότητας και Συνέχειας δηλαδή στην κατανόηση της έννοιας της παραγώγου μιας συνάρτησης f . Η έννοια της παραγώγου συνάρτησης, είναι από τις πιο απαιτητικές ενότητες στη διδασκαλία του μαθήματος των Μαθηματικών στην Γ Λυκείου. Εισάγεται στο σχολικό εγχειρίδιο ως στιγμιαία ταχύτητα σε προβλήματα κίνησης με δεδομένη τη συνάρτηση θέσης ενός κινητού, είτε ως προσδιορισμός της κλίσης της εφαπτομένης στην καμπύλη μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

Η κατανόηση των εννοιών απαιτούν σύνθετες νοητικές λειτουργίες και απαιτούνται πολλές αναπαραστάσεις εννοιών και πρέπει να ενισχυθούν με πρόσθετα εργαλεία διδασκαλίας και τον σωστό καθοδηγητικό ρόλο του διδάσκοντα.

Τεχνολογικά εργαλεία:

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί στο εργαστήριο πληροφορικής με τη χρήση του λογισμικού Geogebra.

Σκεπτικό:

Βασική ιδέα:

Οι μαθητές με τη βοήθεια της ψηφιακής τεχνολογίας θα διερευνήσουν και θα ανακαλύψουν την έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας σε προβλήματα κίνησης με δεδομένη τη συνάρτηση θέσης ενός κινητού, τον προσδιορισμό της κλίσης της εφαπτομένης στην καμπύλη μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της. Ποιο συγκεκριμένα αξιοποιώντας τη δυνατότητα του λογισμικού Geogebra και με τη δυνατότητα δυναμικής προσέγγισης, οι μαθητές θα προσπαθήσουν να ανακαλύψουν και να διερευνήσουν τον τρόπο με τον οποίο το t πλησιάζει μια τιμή t_0 στον άξονα $x'x$ (από αριστερά ή από δεξιά) και τον τρόπο με τον οποίο το $S(t)$ πλησιάζει ή όχι μια τιμή $S(t_0)$ στον άξονα $y'y$ καθώς ένα σημείο κινείται πάνω στην συνάρτηση θέσης ενός κινητού. Έτσι οι μαθητές θα ανακαλύψουν την στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού. Επίσης οι μαθητές θα ανακαλύψουν την κλίση της εφαπτομένης μιας καμπύλης με παρόμοιο τρόπο ελέγχοντας τις γωνίες και τις ευθείες που περνούν από ένα σταθερό σημείο της γραφικής παράστασης και ένα μεταβλητό σημείο σε αυτήν. Οι κινήσεις αυτές είναι

δυνατόν να οπτικοποιηθούν και να γίνουν δυναμικές αν η διδασκαλία υποστηριχτεί στο λογισμικό Geogebra με υποστηρικτικά φύλλα εργασίας που βήμα - βήμα θα βοηθήσουν τους μαθητές να ανακαλύψουν τη γνώση.

Προστιθέμενη αξία:

Το προτεινόμενο εκπαιδευτικό σενάριο φιλοδοξεί να συμβάλει στην αλλαγή - βελτίωση της στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά και στη διαδικασία προσέγγισής τους.

Οι μαθητές αναμένεται να συνειδητοποιήσουν ότι τα Μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο διερεύνησης και μάλιστα κάθε μαθητής μπορεί να δοκιμάσει στο πλαίσιο αυτό τις δικές του ιδέες και να καταλήξει στα δικά του συμπεράσματα τα οποία πρέπει να έχουν την ανάλογη κοινωνική αποδοχή (στο πλαίσιο της τάξης) και την επιστημονική τεκμηρίωση. Η χρήση των τεχνολογικών εργαλείων αναμένεται να διευκολύνει σημαντικά προς αυτή τη κατεύθυνση. Η εργασία των μαθητών σε ομάδες και η στενή, συνεχής και συγκροτημένη συνεργασία μεταξύ των μαθητών της κάθε ομάδας προφανώς θα συμβάλει στην αλλαγή της στάσης τους απέναντι στη μάθηση.

Πλαίσιο εφαρμογής:

Σε ποιους απευθύνεται:

Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Γ' Λυκείου και αναφέρεται στο Β' Μέρος (Ανάλυση) και στην παράγραφο 2.1

«Η έννοια της Παραγώγου».

Χρόνος υλοποίησης:

Για την εφαρμογή του σεναρίου εκτιμάται ότι απαιτούνται 3 διδακτικές ώρες. Η αξιολόγηση των μαθητών με ασκήσεις εφαρμογής πάνω στην νέα γνώση όπως και τεστ θεωρίας θα χρησιμοποιηθεί η ανεστραμμένη τάξη. Δηλαδή οι μαθητές θα προετοιμαστούν στο σπίτι τους και την επόμενη διδακτική ώρα στην αίθουσα θα παρουσιάσουν τη δουλειά τους.

Χώρος υλοποίησης:

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ' ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών.

Προαπαιτούμενες γνώσεις:

Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν:

Για τη διεξαγωγή του σεναρίου απαιτείται:

- Υπολογιστής ή τάμπλετ για κάθε δύο μαθητές.
- Το λογισμικό Geogebra.
- Τρία φύλλα εργασίας.
- Κόλλες αναφοράς και στυλό.

Ως προς τα μαθηματικά:

Οι μαθητές πρέπει να αναγνωρίζουν:

- Την Μέση ταχύτητα ενός κινητού
- Τον υπολογισμό των ορίων της μορφής $\left(\frac{0}{0}\right)$ και την μέθοδο της αντικατάστασης
- Την εφαπτομένη του κύκλου
- Την εφαπτομένη οξείας γωνίας σε ορθογώνιο τρίγωνο
- Τις εντός – εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες

- Τον συντελεστή διεύθυνσης ευθείας
- Την κλίση της ευθείας
- Την εξίσωση της ευθείας
- Στοιχειώδη χειρισμό του προγράμματος Geogebra

Ως προς την τεχνολογία:

Οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιούν βασικές λειτουργίες του υπολογιστή.

Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:

Στους μαθητές θα δοθούν κατάλληλα φύλλα εργασίας που θα εκπονήσει ο διδάσκων και αναλυτικές οδηγίες (προφορικά ή γραπτά) για την υλοποίηση του σεναρίου.

Κοινωνική εννοχήστρωση της τάξης:

Οι μαθητές τις 3 ώρες εργαζόμενοι σε дуάδες και καθοδηγούμενοι από τον εκπαιδευτικό θα αναπτύξουν τις δραστηριότητες που θα οδηγήσουν στη σταδιακή ανακάλυψη της νέας γνώσης. Η αξιολόγηση θα γίνει στη μορφή ανεστραμμένης τάξης όπου καλούνται να εφαρμόσουν τη νέα γνώση και να απαντήσουν σε συγκεκριμένες ερωτήσεις θεωρίας.

Στη διάρκεια της υλοποίησης του σεναρίου ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ελέγχει τα συμπεράσματα των μαθητών, να συνεργάζεται μαζί τους, να τους καθοδηγεί ώστε να αντιλαμβάνονται καλύτερα τα αποτελέσματά τους και να τους ενθαρρύνει να συνεχίσουν την διερεύνηση.

Η επικοινωνία όλων των μαθητών της τάξης με τις εργασίες των συμμαθητών τους και η συλλογική διερεύνηση κρίσιμων παραμέτρων της μαθησιακής διαδικασίας μπορεί επίσης ενισχυθεί με κατάλληλη χρήση του διαδραστικού πίνακα σε διαφορετικές πτυχές της εφαρμογής των δραστηριοτήτων του σεναρίου.

Στόχοι:

Από την εφαρμογή του συγκεκριμένου σεναρίου οι μαθητές θα μάθουν να ανακαλύπτουν τη γνώση συνεργατικά, να πειραματίζονται, να παρατηρούν, να ανταλλάσσουν απόψεις και να διατυπώνουν εικασίες.

Επίσης με τη βοήθεια των προτεινόμενων εργαλείων δυναμικού χειρισμού (δρομείς) και των μετακινούμενων σημείων στην γραφική παράσταση θα κατανοήσουν την έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας και της εφαπτομένης καμπύλης καθώς και την γενική έννοια της παραγώγου σε συγκεκριμένο σημείο, προκειμένου να προκύψουν σωστά εποπτικά συμπεράσματα.

Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές μετά την ολοκλήρωση αυτής της διδασκαλίας:

1. Θα έχουν ανακαλύψει την έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας ενός κινητού
2. Θα έχουν διερευνήσει την κλίση της εφαπτομένης καμπύλης
3. Θα έχουν διερευνήσει την έννοια και τη σημασία της παραγώγου συνάρτησης σε συγκεκριμένο σημείο
4. Θα έχουν κατανοήσει το θεώρημα Παραγωγισιμότητας και συνέχειας

Ανάλυση του σεναρίου:

1^η διδακτική ώρα

Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:

Αρχικά θα δοθούν κάποιες οδηγίες για τη χρήση του λογισμικού. Επίσης οδηγίες για τη χρήση δρομέων ή "σύρσιμο" του ποντικιού ή αυτόματη κίνηση ώστε οι μαθητές να διερευνήσουν τις δυναμικές κινήσεις των x και y , καθώς ένα σημείο κινείται πάνω στην καμπύλη μιας συνάρτησης f .

Τα διαδραστικά εργαλεία και οι δυναμικές μεταβολές βοηθούν σε πολύ μεγάλο βαθμό τους μαθητές που έχουν μαθησιακές δυσκολίες στην κατανόηση των εννοιών στο μάθημα των Μαθηματικών. Με τη βοήθεια του προτεινόμενου λογισμικού, των διαδραστικών και δυναμικών εργαλείων και του ποντικιού, θα μπορούν να συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία και θα μπορούν μόνοι τους να παρατηρήσουν και να κατανοήσουν τις έννοιες που αναφέραμε.

Οι μαθητές κατά την εκτέλεση αυτού του σεναρίου θα εμπλακούν στις παρακάτω δραστηριότητες:

Στη φάση αυτή καλούνται οι μαθητές να εργαστούν με μικροπειράματα με στόχο να εξηγήσει ο εκπαιδευτικός την έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας.

Ζητείται από τους μαθητές να ανοίξουν το αρχείο με όνομα «Στιγμιαία Ταχύτητα.ggb» που βρίσκεται στο μάθημα Μαθηματικά Γ Λυκείου στο e-class.

Φάση 1^η : «Στιγμιαία Ταχύτητα»

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1^ο

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΑ ΟΜΑΔΑΣ ΜΑΘΗΤΩΝ : 1)
2)

Φάση 1^η : (με χρήση του αρχείου Στιγμιαία Ταχύτητα.ggb)

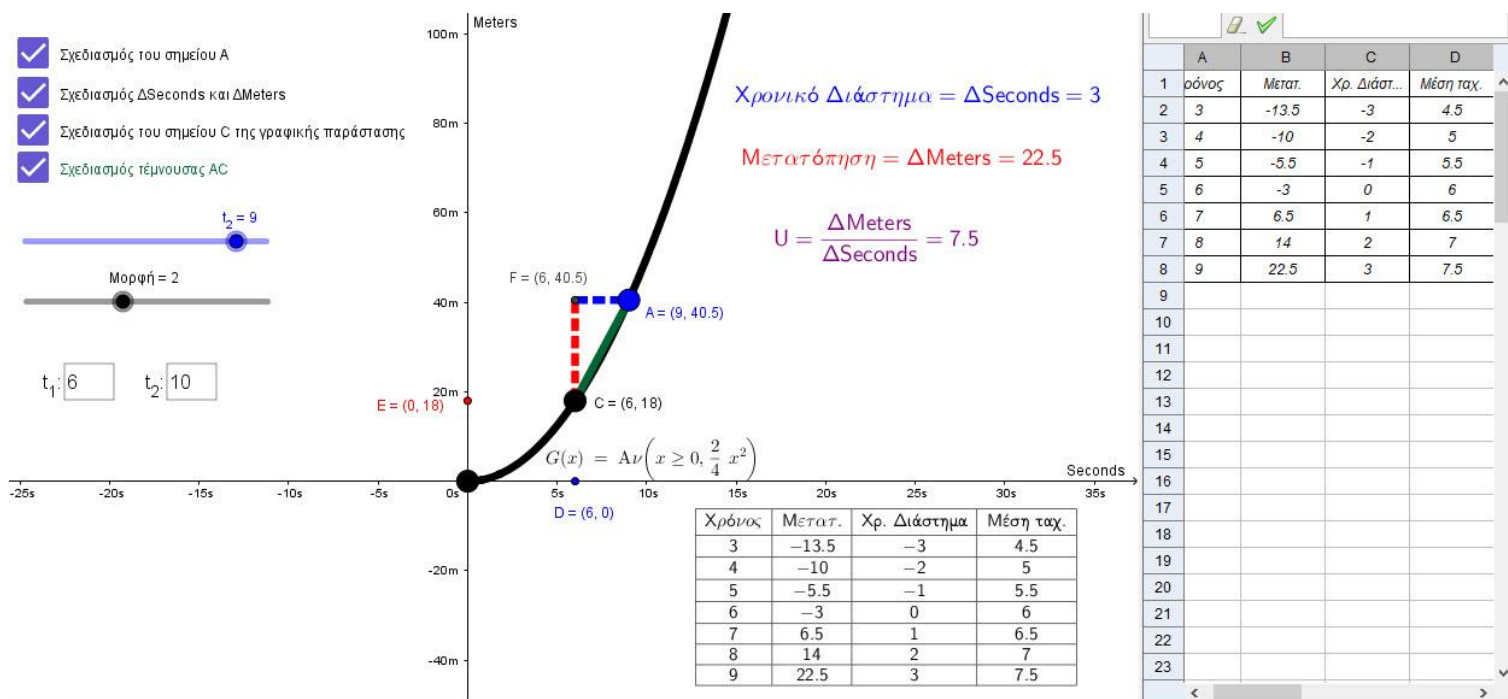
Ζητείται από τους μαθητές να ανοίξουν το αρχείο Στιγμιαία Ταχύτητα.ggb που βρίσκεται στο μάθημα Μαθηματικά Γ Λυκείου στο e-class, και να τσεκάρουν τα κουτάκια για να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση και τα σημεία A και C.

Κατόπιν τους ζητείται να μετακινήσουν τον δρομέα Μορφή στο 2 ώστε να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση $G(x) = (1/2)x^2$ με $x \geq 0$.

Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να διερευνήσουν και τελικά να βρουν την στιγμιαία ταχύτητα του σημείου A την χρονική στιγμή $t=6$.

Ο διδάσκων ανακαλεί στην μνήμη των μαθητών το μάθημα της παραγράφου 1.4 και τον τρόπο με τον οποίο πλησίασαν το όριο από αριστερά και δεξιά.

Τους προτρέπει να ακολουθήσουν την ίδια διαδικασία ώστε να πλησιάσουν το ζητούμενο σημείο (την χρονική στιγμή $t=6$) από αριστερά και δεξιά.



Στη συνέχεια εμπλέκονται οι μαθητές σε καταγραφή τιμών στο υπολογιστικό φύλλο, μετακινώντας με το αριστερό ή δεξιό βελάκι του πληκτρολογίου τον δρομέα του χρόνου σε διάφορες τιμές 3, 4, 5 και 7, 8, 9. Τα αποτελέσματα καταγράφονται στο υπολογιστικό φύλλο και σ' έναν πίνακα που βοηθάει ο εκπαιδευτικός να σχηματιστεί.

Οι μαθητές παρατηρούν ότι με την μεταβολή του χρόνου στις προαναφερθείσες τιμές το geogebra υπολογίζει την «μπλε» οριζόντια απόσταση που εκφράζει το χρονικό διάστημα και αντίστοιχα την «κόκκινη» κάθετη απόσταση που εκφράζει την μετατόπιση.

Ζητείται τότε, να ανακαλέσουν από την μνήμη τους, τι εκφράζει το πηλίκο αυτών των δύο μεγεθών. Αναμένεται ότι οι μαθητές θα ορίσουν την μέση ταχύτητα.

Ζητείται από τους μαθητές να δώσουν την μέση ταχύτητα ενός κινητού με την μορφή του λόγου μεταβολής της μετατόπισης του σημείου προς το χρονικό διάστημα. Αναμένεται από τους μαθητές να απαντήσουν:

$$\bar{U} = \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0}$$

Με αυτόν τον τρόπο πλησιάσαμε το σταθερό σημείο C της γραφικής παράστασης με το μεταβλητό σημείο A από αριστερά με τις τιμές του χρόνου 3, 4, 5 και από δεξιά με τις τιμές 7, 8, 9.

Ο εκπαιδευτικός σε αυτό το σημείο ζητά από τους μαθητές να απαντήσουν στο ερώτημα:

«Που έχουμε συναντήσει "πλησίασμα" ενός σημείου από αριστερά και από δεξιά;»

Αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν στην παράγραφο 1.4 (Η Έννοια του Ορίου).

Ο εκπαιδευτικός σε συνεργασία με τους μαθητές εξάγουν το συμπέρασμα:

Όσο το t είναι πλησιέστερα στο t_0 , τόσο η μέση ταχύτητα του κινητού σημείου δίνει με καλύτερη προσέγγιση το ρυθμό αλλαγής της θέσης του κινητού σημείου κοντά στο t_0 .

Όπου t είναι ο χρόνος που παίρνει τις τιμές 3, 4, 5 και 7, 8, 9.

Όπου t_0 είναι ο χρόνος και παίρνει την τιμή 6.

Έτσι εισάγουμε τον ορισμό της στιγμιαίας ταχύτητας με την βοήθεια του ορίου

Για το λόγο αυτό το όριο της μέσης ταχύτητας, καθώς το t τείνει στο t_0 , το ονομάζουμε **στιγμιαία ταχύτητα** του κινητού τη χρονική στιγμή t_0 και τη συμβολίζουμε με $U(t_0)$.

Δηλαδή:

$$U(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0}$$

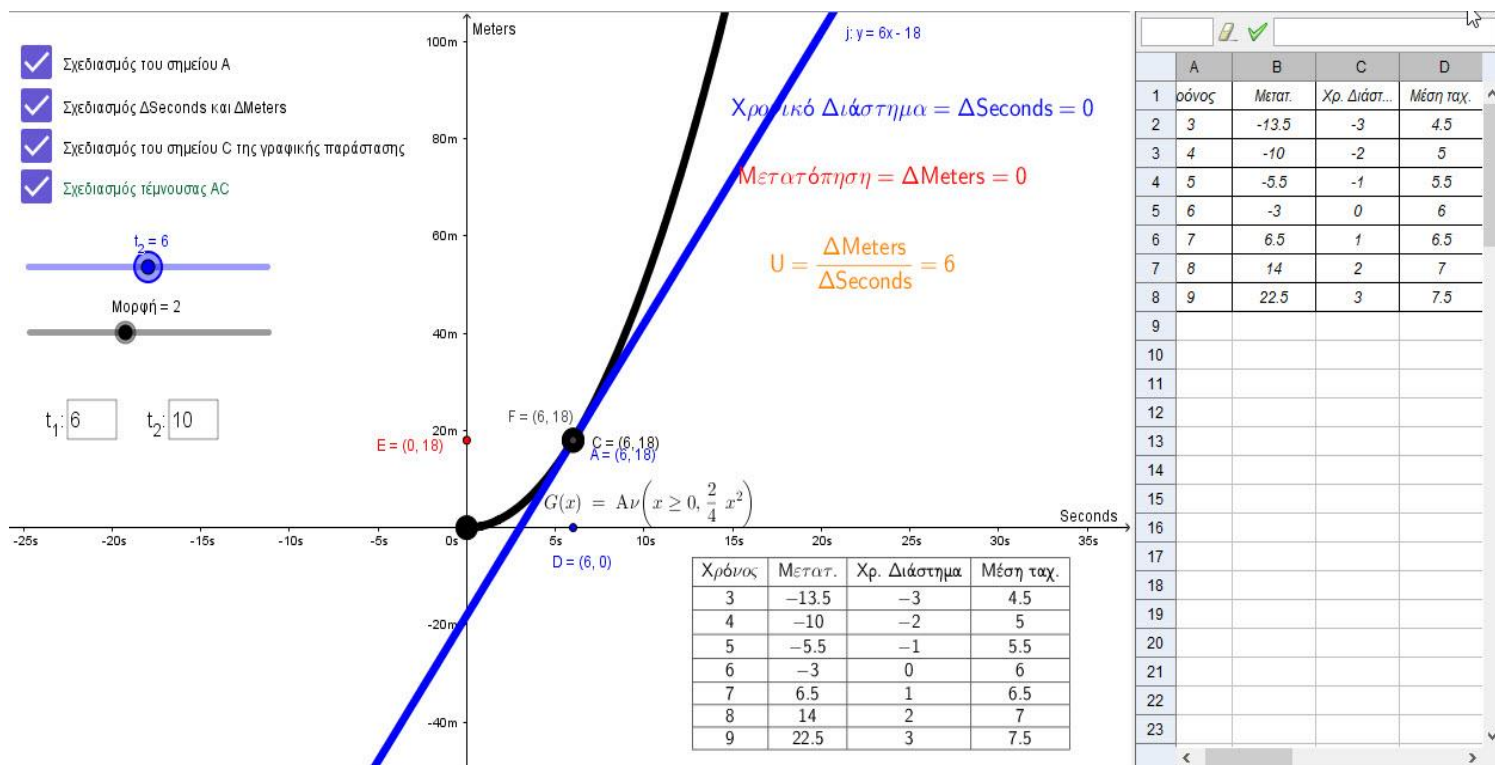
Ζητείται από τους μαθητές να υπολογίσουν αλγεβρικά την στιγμιαία ταχύτητα του σημείου A την χρονική στιγμή $t = 6$.

Πραγματικά, οι μαθητές υπολογίζουν ένα απλό όριο της μορφής $\left(\frac{0}{0}\right)$ με παραγοντοποίηση.

$$\begin{aligned} U(6) &= \lim_{t \rightarrow 6} \frac{S(t) - S(6)}{t - 6} = \lim_{t \rightarrow 6} \frac{\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}6^2}{t - 6} = \lim_{t \rightarrow 6} \frac{\frac{1}{2}(t^2 - 6^2)}{t - 6} = \\ &= \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 6} \frac{(t - 6)(t + 6)}{t - 6} = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 6} (t + 6) = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \end{aligned}$$

Ζητείται τέλος από τους μαθητές να κάνουν δεξί κλικ στον δρομέα του χρόνου και να επιλέξουν κίνηση ενεργή. Έτσι παρατηρούν τον τρόπο με τον οποίο το σημείο A πλησιάζει από αριστερά και δεξιά το σταθερό σημείο C της γραφικής παράστασης.

Ζητείται από τους μαθητές να τοποθετήσουν τον δρομέα του χρόνου στην τιμή 6.



Οι μαθητές παρατηρούν ότι το σημείο A ταυτίστηκε με το σταθερό σημείο C της γραφικής παράστασης και δημιουργήθηκε μία ευθεία η οποία έχει μόνο ένα κοινό σημείο με την γραφική παράσταση και έχει συντελεστή διεύθυνσης την τιμή 6.

Έτσι γίνεται η σύνδεση της στιγμιαίας ταχύτητας με την εφαπτομένη μιας γραφικής παράστασης σε ένα σημείο επαφής.

Αυτό μας δίνει το έναυσμα στην επόμενη διδακτική ώρα να εισάγουμε την έννοια της εφαπτομένης καμπύλης.

2^η διδακτική ώρα

Φάση 2^η - Φάση 3^η : «Το πρόβλημα της Εφαπτομένης»

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2^ο

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΑ ΟΜΑΔΑΣ ΜΑΘΗΤΩΝ : 1)
2)

Φάση 2^η : (με χρήση του αρχείου Εφαπτομένη.ggb)

Ο εκπαιδευτικός την 2^η διδακτική ώρα ανακαλεί στην μνήμη των μαθητών την εφαπτομένη ενός κύκλου.

Ρωτά λοιπόν τους μαθητές τι ονομάζουμε εφαπτομένη ενός κύκλου;

Αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν ότι είναι η ευθεία η οποία έχει με τον κύκλο ένα μόνο κοινό σημείο.

Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να ανοίξουν το αρχείο

Εφαπτομένη.ggb και να τσεκάρουν το κατάλληλο κουτάκι για να εμφανιστεί η εφαπτομένη του κύκλου.

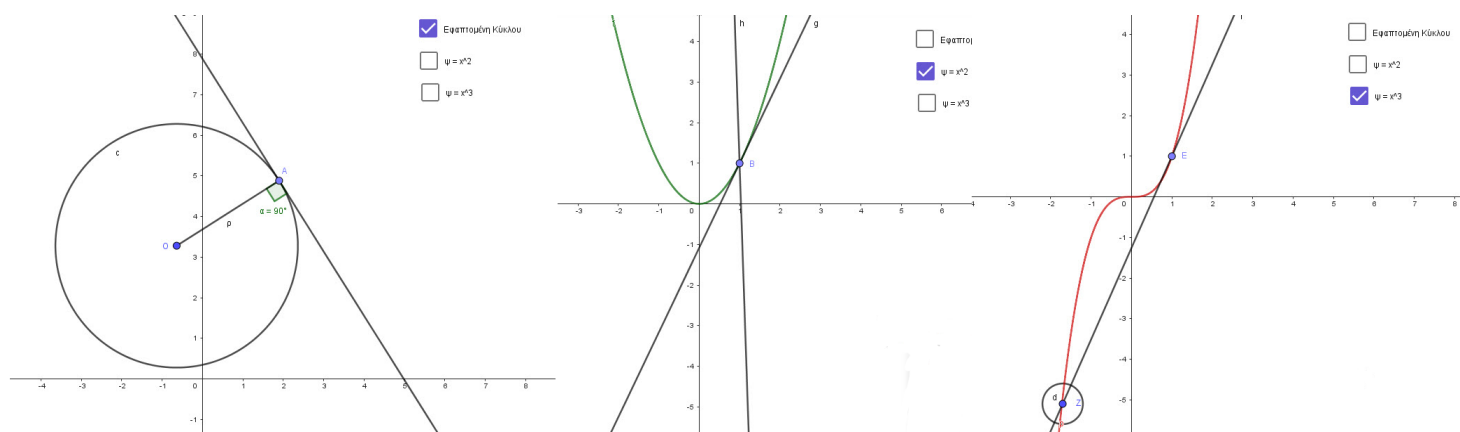
Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός ρωτά τους μαθητές αν αυτός ο ορισμός μπορεί να γενικευτεί για οποιαδήποτε καμπύλη;

Πριν απαντήσουν οι μαθητές, ο εκπαιδευτικός ζητά να τσεκάρουν το κουτάκι με την $\psi = x^2$, τότε οι μαθητές παρατηρούν ότι στο σημείο B θα έχει δύο εφαπτομένες.

Κατόπιν τους ζητά να τσεκάρουν και το κουτάκι με την $\psi = x^3$, τότε οι μαθητές παρατηρούν ότι στο σημείο E δεν έχει εφαπτομένη.

Οι μαθητές καταλαβαίνουν ότι ο ορισμός που δόθηκε στην αρχή για την εφαπτομένη του κύκλου δεν μπορεί να γενικευτεί για οποιαδήποτε καμπύλη.

Επομένως, πρέπει να αναζητήσουμε έναν άλλον ορισμό της εφαπτομένης του κύκλου, ο οποίος να μπορεί να γενικευτεί για όλες τις καμπύλες.



Τέλος ο εκπαιδευτικός ζητά να τσεκάρουν το κουτάκι με την γενίκευση της εφαπτομένης του κύκλου.

Οι μαθητές παρατηρούν ότι υπάρχει μία εφαπτομένη στο σημείο A και ένα σημείο M το οποίο μπορεί να κινείται πάνω στον κύκλο.

Ο εκπαιδευτικός τότε ζητά από τους μαθητές με το βελάκι που υπάρχει στο παράθυρο κάτω αριστερά να δώσουν κίνηση στο σημείο M και όταν προσεγγίσει το σημείο A να το σταματήσουν.

Κάνει την εξής ερώτηση: Τι παρατηρείται στο σχήμα; Ποιο συγκεκριμένα ζητά να παρατηρήσουν την γωνία B, την γωνία A, το σημείο M σε σχέση με το σημείο A και την τέμνουσα ευθεία σε σχέση με την εφαπτομένη.

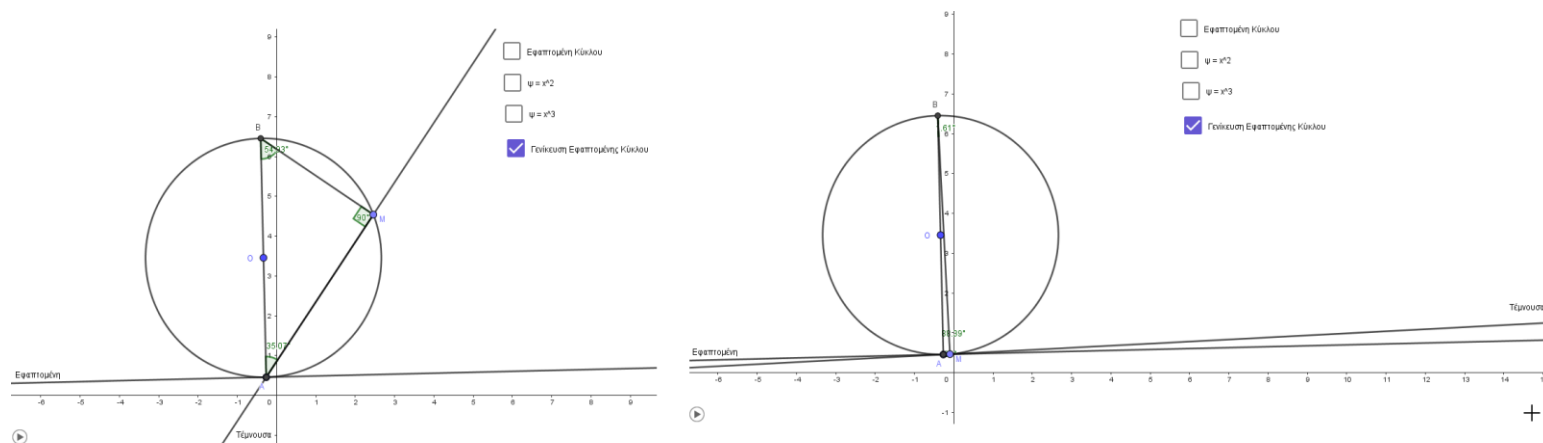
Αναμένεται οι μαθητές να παρατηρήσουν και να απαντήσουν:

Η γωνία B γίνεται σχεδόν μηδέν.

Η γωνία A γίνεται σχεδόν ορθή.

Το σημείο M σχεδόν ταυτίζεται με το σημείο A

Η τέμνουσα ευθεία σχεδόν ταυτίζεται με την εφαπτομένη.



Ο εκπαιδευτικός σε συνεργασία με τους μαθητές γενικεύουν την εφαπτομένη του κύκλου διατυπώνοντας έναν πιο γενικό ορισμό της εφαπτομένης του κύκλου από τον αρχικό.

Άρα ορίζουμε εφαπτομένη του κύκλου σε ένα σημείο A, την οριακή θέση της τέμνουσας AM, καθώς το M κινούμενο πάνω στον κύκλο τείνει να συμπίπτει με το A.

Την διαπίστωση αυτή θα δούμε, τώρα πως μπορούμε να την αξιοποιήσουμε για να ορίσουμε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης σε ένα σημείο της.

Φάση 3^ο : (με χρήση του αρχείου Εφαπτομένη Συνάρτησης.ggb)

Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να υπολογίσουν την γωνία ΔΑΜ.

Οι μαθητές ανακαλούν στην μνήμη τους τον τύπο που δίνει την εφαπτομένη οξείας γωνίας σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και με την βοήθεια του δυναμικού σχήματος του geogebra αντικαθιστούν τα κάθετα μήκη του ορθογωνίου

τριγώνου με το λόγο μεταβολής $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

$$\text{Δηλαδή: } \varepsilon\varphi\varphi = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Ο εκπαιδευτικός ζητά να ανοίξουν το αρχείο Εφαπτομένη Συνάρτησης.ggb και να τσεκάρουν το κατάλληλο κουτάκι για να εμφανιστεί ο υπολογισμός της γωνίας ΔΑΜ του τριγώνου που σχηματίζει το σταθερό σημείο A της γραφικής παράστασης, το μεταβλητό σημείο M που κινείται στην γραφική παράσταση και το σημείο Δ.

Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να παρατηρήσουν την γωνία ΔΑΜ και την γωνία της τέμνουσας ευθείας ΑΜ με τον άξονα x'x.

Αναμένεται οι μαθητές να βγάλουν τις γωνίες ίσες (εντός, εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες).

Ο εκπαιδευτικός ζητά να τσεκάρουν το κατάλληλο κουτάκι για να εμφανιστεί ο συντελεστής διεύθυνσης της τέμνουσας.

Δηλαδή: $\varepsilon\varphi\varphi = \lambda_{AM} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Τέλος ο εκπαιδευτικός ζητά να μετακινήσουν οι μαθητές με το αριστερό και δεξιό βελάκι του πληκτρολογίου το σημείο Μ και να παρατηρήσουν:

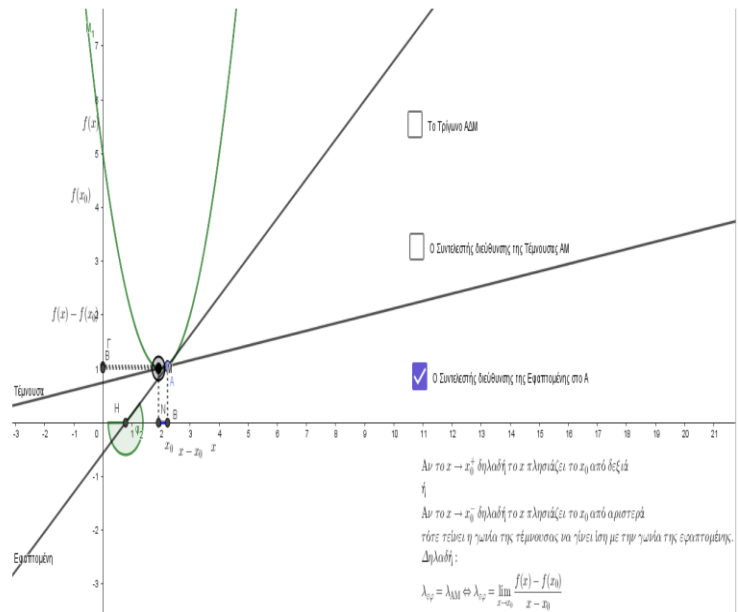
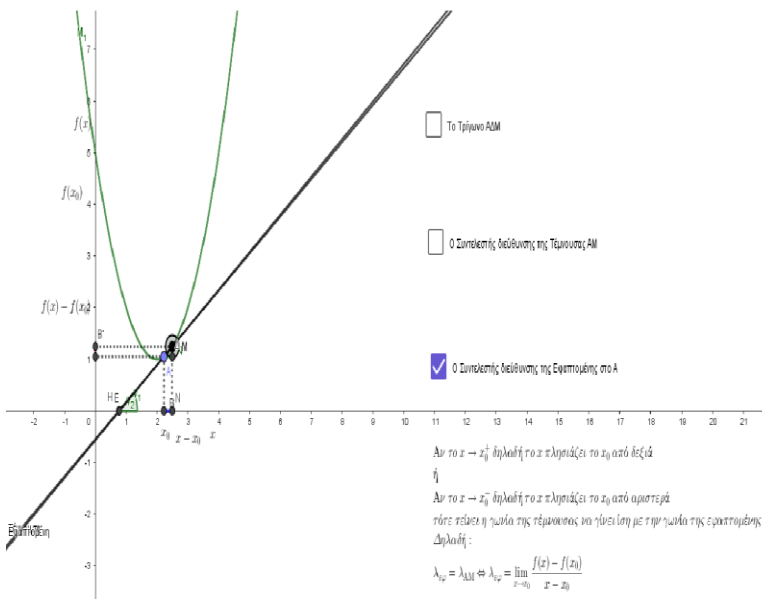
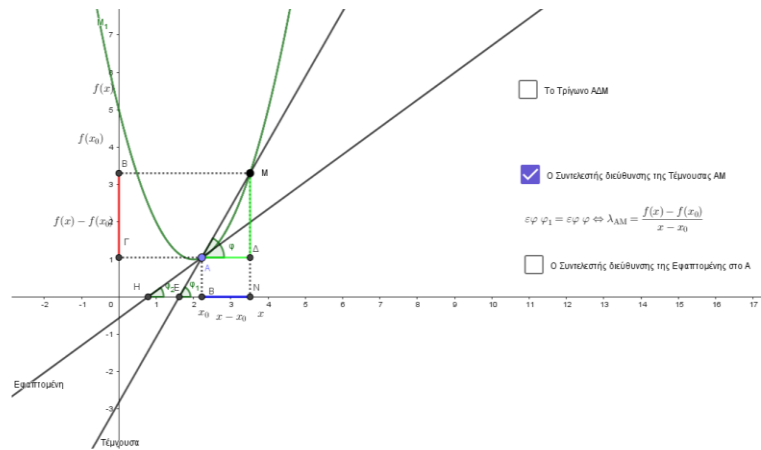
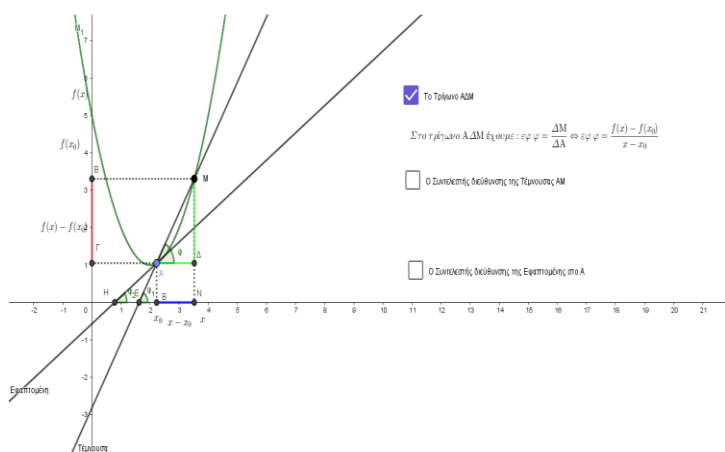
Τις γωνίες που σχηματίζουν η τέμνουσα και η εφαπτομένη.

Τις ευθείες τέμνουσα και εφαπτομένη.

Αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν ότι οι γωνίες είναι ίσες και οι ευθείες ταυτίζονται.

Τότε ο διδάσκων ζητά να τσεκάρουν το κατάλληλο κουτάκι και να παρατηρήσουν τα παραπάνω συμπεράσματα.

Δηλαδή: $\lambda_\varepsilon = \lambda_{AM} \Leftrightarrow \lambda_\varepsilon = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$



Ανακεφαλαιώνοντας: καθώς το σημείο M κινούμενο πάνω στην γραφική παράσταση πλησιάζει το σημείο A, δηλαδή $x \rightarrow x_0$, τότε η ευθεία AM φαίνεται να παίρνει μία οριακή θέση. Την οριακή θέση της ευθείας AM θα μπορούσαμε να την ονομάσουμε εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο A.

Επειδή η κλίση της τέμνουσας AM είναι ίση με $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ είναι λογικό να

αναμένουμε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης f στο σημείο A($x_0, f(x_0)$) θα έχει κλίση το

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Τέλος, ο διδάσκων ζητά από τους μαθητές να ανακαλέσουν στην μνήμη τους την εύρεση εξίσωσης ευθείας που διέρχεται από γνωστό σημείο Α και έχει γνωστό συντελεστή διεύθυνσης λ.

Τους θέτει λοιπόν το ερώτημα:

Βρείτε την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ;

Οι μαθητές αναμένεται να γράψουν την εξίσωση:

$$(\varepsilon): y - f(x_0) = \lambda_\varepsilon (x - x_0) \quad \text{με} \quad \lambda_\varepsilon = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Έτσι, οι μαθητές με την βοήθεια του εκπαιδευτικού ανακάλυψαν την εξίσωση εφαπτομένης μιας συνάρτησης f σε ένα γνωστό σημείο επαφής Α.

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης μας δίνει το έναυσμα στην 3^η διδακτική ώρα του σεναρίου να εισάγουμε την παράγωγο συνάρτησης σε έναν αριθμό.

Φάση 4^η - Φάση 5^η : «Η Παράγωγος Συνάρτησης σε σημείο»

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3^ο

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΑ ΟΜΑΔΑΣ ΜΑΘΗΤΩΝ : 1)
2)

Φάση 4^η:

Στην αρχή της 3^{ης} διδακτικής ώρας ο διδάσκων κάνει μία ανασκόπηση των συμπερασμάτων και των ορισμών των δύο προηγούμενων διδακτικών ωρών. Έτσι, υπενθυμίζει στους μαθητές ότι οι ορισμοί της στιγμιαίας ταχύτητας ενός κινητού και της εφαπτομένης σε σημείο επαφής μιας καμπύλης (συνάρτηση), μας οδήγησαν σε ένα όριο της μορφής:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Τότε ο διδάσκων εισάγει τους ορισμούς της παραγωγίσιμης συνάρτησης και της παραγώγου συνάρτησης σε σημείο x_0 ως εξής:

- Ορισμός της παραγωγίσιμης συνάρτησης

Αν το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός, τότε λέμε

ότι η f είναι **παραγωγίσιμη** σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

- Ορισμός της παραγώγου συνάρτησης σε σημείο x_0

Το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ ονομάζεται παράγωγος της f στο x_0 , συμβολίζεται με $f'(x_0)$ και γράφεται:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Ο διδάσκων ζητά από τους μαθητές να εμπλακούν υπολογιστικά σε ένα παράδειγμα για την κατανόηση της παραγώγου συνάρτησης σε ένα συγκεκριμένο σημείο με την βοήθεια του ορίου μορφής $\left(\frac{0}{0}\right)$

Παράδειγμα 1:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$ και ζητείται η εύρεση της παραγώγου της f στο σημείο $x_0 = 1$.

Πραγματικά, οι μαθητές ανά δύο όπως είναι τοποθετημένοι στο εργαστήριο πληροφορικής, σε κόλλες που τους έχουν δοθεί, εμπλέκονται στην λύση του παραπάνω παραδείγματος.

Αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν:

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

Άρα $f'(1) = 2$.

Θέλοντας ο διδάσκων να δώσει μια άλλη μορφή του παραπάνω ορίου ανακαλεί στη μνήμη των μαθητών την μέθοδο της αντικατάστασης στα όρια. Συγκεκριμένα ζητά από τους μαθητές να ξεκινήσουν από τον ορισμό της

παραγώγου της συνάρτησης f στο x_0 , $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ και να

θεωρήσουν τον παρονομαστή $x - x_0$ με μια βοηθητική μεταβλητή h .

Ρωτά λοιπόν: Ποια μορφή ορίου θα έχει η παράγωγος της f στο x_0 ;

Οι μαθητές θα εμπλακούν σε υπολογισμό ορίου με την μέθοδο της αντικατάστασης που έχουν διδαχθεί στην παράγραφο 1.5

Αναμένεται να απαντήσουν:

✓ Θέτουμε $x - x_0 = h$

✓ $x = x_0 + h$

✓ $x \rightarrow x_0 \Rightarrow x - x_0 \rightarrow 0 \Rightarrow h \rightarrow 0$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Έτσι οι μαθητές παρουσίασαν έναν εναλλακτικό τύπο της παραγώγου συνάρτησης f στο x_0

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Διάφορα ερωτήματα γεννιούνται από τον ορισμό της παραγώγου συνάρτησης σε ένα σημείο x_0 .

Ρωτά ο διδάσκων τους μαθητές:

Τι γίνεται αν το σημείο x_0 είναι εσωτερικό σημείο του πεδίου ορισμού της f
Πριν απαντήσουν οι μαθητές ο εκπαιδευτικός δίνει μία σειρά παραδειγμάτων για να οδηγήσει τη σκέψη των μαθητών στην σωστή απάντηση (επαγωγικά, από το μερικό στο γενικό).

Παράδειγμα 2:

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$

Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ και να βρείτε την $f'(0)$.
Ο εκπαιδευτικός συζητά με τους μαθητές με το τι γίνεται με την συνέχεια της f ;

Αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν ότι παίρνουμε πλευρικά όρια στο σημείο αλλαγής τύπου της συνάρτησης.

Τότε ο διδάσκων συμπληρώνει ότι και στην παράγωγο συνάρτησης σε σημείο, έχουμε όρια, οπότε αβίαστα βγαίνει το συμπέρασμα ότι θα χρησιμοποιήσουμε πλευρικά όρια για τον υπολογισμό της παραγώγου στο σημείο $x_0 = 0$.

Οι μαθητές εμπλέκονται σε υπολογισμούς απλών ορίων.

Για επαλήθευση αυτών που γράψανε ο εκπαιδευτικός ζητά να ανοίξουν οι μαθητές το αρχείο Παράγωγος Αριθμού.ggb και να τσεκάρουν το κουτάκι Παραγωγίσιμη Συνάρτηση.

Παράδειγμα 3:

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ 5x, & x \geq 0 \end{cases}$

Να ελέγξετε αν η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$.

Οι μαθητές παρατηρούν ότι το $x_0 = 0$ είναι σημείο αλλαγής τύπου άρα θα εργαστούν με παρόμοιο τρόπο.

Για επαλήθευση αυτών που γράψανε ο εκπαιδευτικός ζητά να ανοίξουν οι μαθητές το αρχείο Παράγωγος Αριθμού.ggb και να τσεκάρουν το κουτάκι Μη Παραγωγίσιμη Συνάρτηση.

Κατόπιν ο διδάσκων σε συνεργασία με τους μαθητές διατυπώνουν τη συνθήκη που πρέπει να ισχύει ώστε μία συνάρτηση f να είναι παραγωγίσιμη σε σημείο αλλαγής τύπου.

- Ορισμός Πλευρικής Παραγωγισιμότητας.

Αν το σημείο x_0 είναι εσωτερικό σημείο του πεδίου ορισμού της f , τότε:

Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 , αν και μόνο αν υπάρχουν

τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ στο $\mathbb{R}$ και είναι ίσα.

Φάση 5η:

Το παράδειγμα 3 δίνει το έναυσμα να απευθύνει ο διδάσκων ακόμη ένα ερευνητικό ερώτημα. Υπάρχει εσωτερικό σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της συνάρτησης f στο οποίο να υπάρχει συνέχεια και όχι παραγωγισιμότητα;

Ο εκπαιδευτικός προτρέπει να δούνε οι μαθητές στο λογισμικό το λυμένο παράδειγμα 3 και να παρατηρήσουν το σημείο $x_0 = 0$.

Πραγματικά αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν ότι η f είναι συνεχής εκεί και όχι παραγωγίσιμη.

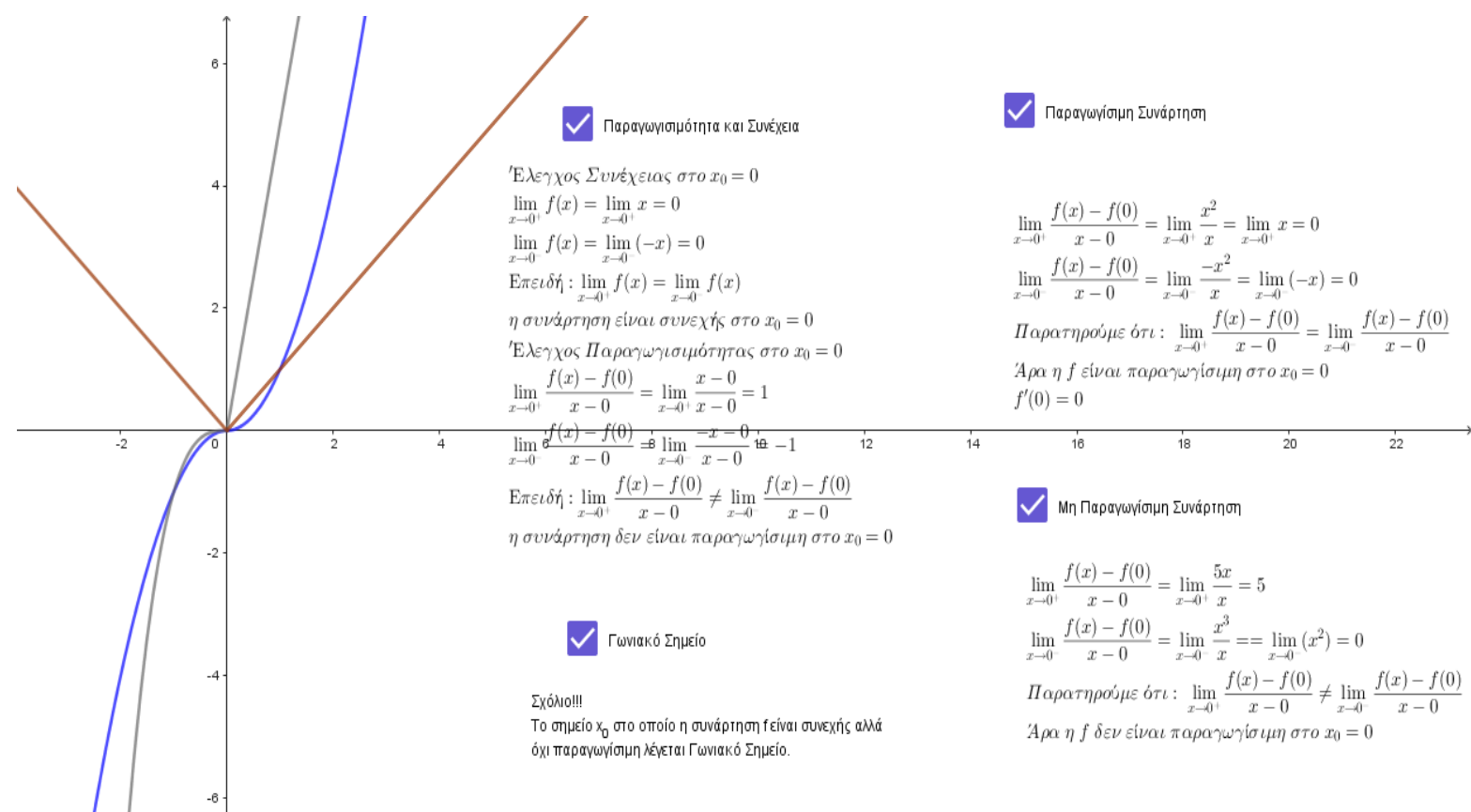
Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός προσπαθεί με παράδειγμα να δώσει στους μαθητές να καταλάβουν αυτά τα «ιδιαίτερα σημεία» και πως να τα καταλαβαίνουν στην γραφική παράσταση.

Προτρέπει τους μαθητές να τσεκάρουν το κουτάκι Παραγωγισιμότητα και Συνέχεια στο ίδιο αρχείο geogebra που διαπραγματεύονται στην 3^η διδακτική ώρα.

Εκεί παρατηρούν οι μαθητές ότι η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι συνεχής στο $x_0 = 0$ ενώ δεν είναι παραγωγίσιμη.

Επίσης παρατηρούν ότι στο $x_0 = 0$ η συνάρτηση παρουσιάζει «γωνία».

Τότε ο διδάσκων ζητά να τσεκάρουν το κουτάκι Γωνιακό Σημείο και έτσι να εμφανιστεί η συνθήκη που πρέπει να ισχύει, ώστε ένα σημείο να είναι γωνιακό.



Η γενίκευση των παρατηρήσεων των μαθητών επιτυγχάνεται με το Θεώρημα Συνέχειας και Παραγωγισιμότητας.
Διατυπώνεται το Θεώρημα και ο διδάσκων προσπαθεί με βήματα να δώσει μία κατεύθυνση στην απόδειξη αυτού του θεωρήματος.

Θεώρημα

Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

Απόδειξη:

Ο εκπαιδευτικός δίνει τα βήματα που θα ακολουθήσουν οι μαθητές.

1. Για $x \neq x_0$, $f(x) - f(x_0) =$
Πολλαπλασιάστε και Διαιρέστε με το $(x - x_0)$
Οι μαθητές αναμένεται να εμφανίσουν την ισότητα:

$$f(x) - f(x_0) = (x - x_0) \cdot \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

2. Περάστε στα όρια στο x_0 στο πρώτο και δεύτερο μέρος της παραπάνω ισότητας.
Οι μαθητές αναμένεται να εμφανίσουν:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - f(x_0)) = \lim_{x \rightarrow x_0} \left((x - x_0) \cdot \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right)$$

3. Στο δεύτερο μέρος της παραπάνω ισότητας «σπάστε» τα όρια του γινομένου.
Οι μαθητές αναμένεται να εμφανίσουν:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - f(x_0)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (x - x_0) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

4. Υπολογίστε τα όρια που προέκυψαν στο δεύτερο μέρος, λαμβάνοντας υπόψη ότι $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ (Η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0)

Οι μαθητές αναμένεται να εμφανίσουν:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - f(x_0)) = 0 \cdot f'(x_0) = 0$$

5. Τι παρατηρείται;
Οι μαθητές αναμένεται να εμφανίσουν:
 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, δηλαδή η f είναι συνεχής στο x_0 .

Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές ενεπλάκησαν στην απόδειξη του θεωρήματος ακολουθώντας τα βήματα του εκπαιδευτικού.

Ολοκληρώνοντας το τρίωρο σενάριο της παραγράφου 2.1 ο εκπαιδευτικός επαναλαμβάνει τις έννοιες που παρουσιάστηκαν στο εργαστήριο πληροφορικής και δίνει μερικά σχόλια στην στιγμιαία ταχύτητα, στην εφαιτομένη σε σχέση με την παράγωγο συνάρτησης σε σημείο καθώς και στο θεώρημα που μόλις αποδείχθηκε.

Σχόλια!!!

1. Η στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού, τη χρονική στιγμή t_0 , είναι η παράγωγος συνάρτησης της θέσης του κινητού $S(t)$ τη χρονική στιγμή t_0 . Δηλαδή $U(t_0) = S'(t_0)$
2. Η στιγμιαία επιτάχυνση ενός κινητού, τη χρονική στιγμή t_0 , είναι η παράγωγος συνάρτησης της ταχύτητας του κινητού $U(t)$ τη χρονική στιγμή t_0 . Δηλαδή $a(t_0) = U'(t_0)$
3. Η εξίσωση της εφαπτομένης όπως παρουσιάστηκε την 2^η διδακτική ώρα

$$(\varepsilon): y - f(x_0) = \lambda_\varepsilon (x - x_0) \quad \text{με} \quad \lambda_\varepsilon = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}, \quad \text{με}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}, \quad \text{οπότε η εξίσωση γράφεται:}$$

$$(\varepsilon): y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

4. Από το θεώρημα αποδείχθηκε ότι:
Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε η f είναι συνεχής στο x_0 .
Το αντίστροφο δεν ισχύει όπως φάνηκε στα παραδείγματα.
Το αντίστροφο ισχύει με άρνηση (αντιθετοαντιστροφή)
Δηλαδή:
Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_0 τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

Στο πλαίσιο της αναστραμμένης τάξης ο εκπαιδευτικός δίνει ένα φύλλο εργασίας (αξιολόγηση) με εφαρμογές της νέας γνώσης που προσπάθησε συνεργατικά να μεταλαμπαδεύσει με τη χρήση του λογισμικού στους μαθητές.
Αφού οι μαθητές μελετήσουν το φύλλο εργασίας 4 (αξιολόγηση) στην επόμενη διδακτική ώρα θα παρουσιάσουν τα ευρήματά τους μέσα στην αίθουσα διδασκαλίας.

«Αξιολόγηση»

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 4^ο

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ :

.....

Εφαρμογή 1 (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης απλού τύπου)

Να βρείτε, αν υπάρχει, την παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $f(x) = x^2 - 3x + 5$ στο $x_0 = 2$, β) $g(x) = \sqrt{x-1}$ στο $x_0 = 1$.

Εφαρμογή 2 (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης πολλαπλού τύπου)

Να βρείτε, αν υπάρχει, την παράγωγο της συνάρτησης:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x + 2, & \text{αν } x < 1 \\ 2\sqrt{x^2 + 3}, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}$$

στο $x_0 = 1$.

Εφαρμογή 3 (Συνέχειας και Παραγωγισιμότητας)

Να εξετάσετε αν η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \sin x \cdot \sqrt{x+4}, & \text{αν } x \geq 0 \\ e^x \sqrt{x^2+9}, & \text{αν } x < 0 \end{cases}$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$.

Εφαρμογή 4 (Εύρεση Παραμέτρων)

Να βρείτε για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \alpha x + \beta, & \text{αν } x > 1 \\ 2x^2 - \alpha x + 3\alpha + 1, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases}$$

είναι παραγωγίσιμη στο 1.

Επίσης οι μαθητές θα συνδεθούν στην ιστοσελίδα του παρακάτω συνδέσμου

<https://forms.gle/xagVQn6ScJYyH6Ey6>

όπου θα απαντήσουν 5 ερωτήσεις θεωρίας.

Η Εννοια της Παραγώγου

makariadis@gmail.com [Εναλλαγή λογαριασμού](#)



* Απαιτείται

Διεύθυνση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου *

Η διεύθυνσή σας ηλεκτρονικού ταχυδρομεί...

1. Ερώτηση *

5 βαθμοί

Μία συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν υπάρχει το

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

☐ Σωστό

☐ Λάθος

2. Ερώτηση *

5 βαθμοί

Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

☐ Σωστό

☐ Λάθος

3. Ερώτηση *

5 βαθμοί

Η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , αν και μόνο αν υπάρχουν
στο $\mathbb{R}$ τα όρια: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

- ☐ Σωστό
☐ Λάθος

4. Ερώτηση *

5 βαθμοί

Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

- ☐ Σωστό
☐ Λάθος

5. Ερώτηση *

5 βαθμοί

Κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

- ☐ Σωστό
☐ Λάθος

Υποβολή

Σελίδα 1 από 1

Εκκαθάριση φόρμας

Επέκταση του σεναρίου:

Ως προς την επέκταση του σεναρίου μπορεί να προσαρμοστεί και να χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία της κατακόρυφης εφαπτομένης μιας συνάρτησης σε σημείο. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί επαγωγικά με παραδείγματα βασικών συναρτήσεων για τις αποδείξεις των παραγώγων βασικών συναρτήσεων.

Αξιολόγηση μετά την εφαρμογή:

Ως προς τις επιδιώξεις του σεναρίου:

Ο εκπαιδευτικός ελέγχει κατά πόσο επιτεύχθηκαν οι στόχοι του σεναρίου και εξετάζει του λόγους για τους οποίους κάποιοι δεν επιτεύχθηκαν ώστε να παρέμβει ανάλογα στο σενάριο.

Ως προς τα εργαλεία:

Ο εκπαιδευτικός ελέγχει την ευκολία με την οποία οι μαθητές αξιοποίησαν τα εργαλεία του προτεινόμενου λογισμικού. Αφού αξιολογήσει τα δεδομένα του επεμβαίνει ανάλογα στο σενάριο για την επόμενη εφαρμογή.

Ως προς την διαδικασία υλοποίησης:

Ο εκπαιδευτικός αξιολογεί την διαδικασία υλοποίησης του σεναρίου αξιολογώντας τα στοιχεία που δεν δούλεψαν καλά και προσαρμόζει το σενάριο.

Ως προς την προσαρμογή και επεκτασιμότητα:

Η δυνατότητα επέκτασης του σεναρίου και η ευκολία προσαρμογής σε ένα σχολικό περιβάλλον το καθιστούν σημαντικό. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να λάβει σοβαρά υπόψη του αυτές τις παραμέτρους και να προσαρμόσει το σενάριο ανάλογα. Ιδιαίτερα όταν εφαρμόσει το σενάριο πολλές φορές και σε διαφορετικές τάξεις ή ανταλλάξει ιδέες με άλλους συναδέλφους του θα έχει δεδομένα με τα οποία θα μπορεί να κάνει ουσιαστικές προσαρμογές.

Σχεδίαση φύλλου εργασίας:

Στην ανάλυση του σεναρίου περιγράφονται οι επιμέρους δραστηριότητες με τις οποίες προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές καθώς και η χρονική σειρά με την οποία αυτό θα γίνει. Επομένως, η σύνταξη του φύλλου εργασίας από τον εκπαιδευτικό που θα διδάξει το σενάριο πρέπει να συμπεριλάβει τις δραστηριότητες αυτές με την ίδια ροή και τις κατάλληλες ερωτήσεις – προβλήματα προς τους μαθητές.

Απώλεια διδακτικού χρόνου:

Σε αυτήν την περίπτωση, πρέπει να δημιουργηθεί ένα σχέδιο που θα επιτρέψει την επαναφορά της απώλειας διδακτικού χρόνου.

Πρώτα από όλα, πρέπει να αναλυθούν οι ανάγκες των μαθητών και να καθοριστούν ποια θέματα είναι πιο σημαντικά. Μετά από αυτό, πρέπει να επανασχεδιαστεί το σενάριο μαθήματος και να καθοριστούν οι δραστηριότητες που θα πραγματοποιηθούν στην τάξη.

Η χρήση τεχνολογιών, όπως το διαδικτυακό μάθημα, το ηλεκτρονικό βιβλίο ή η χρήση εκπαιδευτικών εφαρμογών και εργαλείων είναι μία άλλη εναλλακτική μέθοδος .

Επίσης, παρουσιάζοντας την ύλη της ενότητας σε μια λογική ακολουθία και δίνοντας έμφαση στις βασικές έννοιες και δεξιότητες.

Τέλος, ο εκπαιδευτικός πρέπει να αναλύσει την αποτελεσματικότητα του πλάνου του και να προσαρμόσει την προσέγγισή του στο σενάριο έκτακτης συνθήκης.

Συνολικά, για να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά την απώλεια διδακτικού χρόνου, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει ένα σχέδιο δράσης που λαμβάνει υπόψη τις ανάγκες των μαθητών του.